

**A TEORIA PROBABILÍSTICA DA DEPRECIÇÃO DOS POMARES DE  
LARANJEIRAS DA ESPÉCIE *CITRUS SINENSIS***

**THE PROBABILISTIC THEORY OF ORANGE TREE ORCHARDS'  
DEPRECIATION OF CITRUS SINENSIS SPECIES**

**Joaquim Eduardo de Moura Nicacio**

**UFMT – Cuiabá – MT – Brasil**

**E-MAIL: [joaquimem@yahoo.com.br](mailto:joaquimem@yahoo.com.br)**

**Grupo de Trabalho 2: Economia e Gestão no Agronegócio**

**Resumo**

Propõe-se apresentar uma fórmula matemática da depreciação de árvores frutíferas dos pomares de laranjeiras da espécie *citrus sinensis*, que apresenta em sua composição uma parte monetária proveniente dos registros contábeis da empresa e uma parte derivada de uma função densidade de probabilidade (*fdp*). Esta, por sua vez, possibilita calcular a depreciação, entendida aqui, como o término da vida útil comercial dessas frutíferas arbóreas. A função matemática utilizada na dedução da *fdp* é uma função algébrica da forma  $f(x) = t_i x^n$ , onde  $t_i$  representa o tempo inicial da frutificação da espécie considerada,  $x$  é a variável tempo em anos de vida útil comercial;  $n$  é o expoente da função que representa o índice de risco de erradicação de fruteiras observado em pomares de uma mesma região geográfica. A fórmula

matemática obtida é  $D = C_u \cdot \int_{t_i}^f \frac{t_i x^{-n}}{K} dx$  que possibilita o cálculo da depreciação em qualquer

tempo e para qualquer fruteira da espécie *citrus sinensis*. O limite de integração superior  $f$  representa o tempo final da vida útil comercial da fruteira. Com isso, a formação do custo de produção torna-se muito mais exato.

**Palavras-chave:** Função densidade de probabilidade. Depreciação de árvores frutíferas. Vida útil comercial.

**Abstract**

It is proposed to present a mathematical formula of fruitful trees' depreciation from orange trees orchards, from *citrus sinensis* species, which presents in its composition a monetary part originating from the company's accountant records and a part derivated from a probability density function (*fdp* in Portuguese). That, by its turn, allows to calculate the depreciation,

understood here as the finish of service life of these fruitful trees. The mathematical function used on fdp deduction is an algebraic function of the formula  $f(x)=t_i x^{-n}$ , where  $t_i$  represents the initial time of the fruitful species considered,  $x$  is the time variable in years of commercial service life,  $n$  is exponent of the function that represents the risk index of fruit trees' eradication observed in orchards from a same geographic region. The mathematical

$D = C_u \cdot \int_{t_i}^f \frac{t_i x^{-n}}{K} dx$  formula obtained is which allows the calculation of depreciation of citrus

sinensis' fruit tree at any time and for any citrus sinensis' species. The upper integration limit  $f$  represents the final time of commercial service life of the fruit tree. Thus, the production cost formation becomes much more precise.

**Keywords:** Probability density function; Fruitful trees' depreciation; Commercial service life.

## 1 Introdução

A natureza aleatória da produção de frutos da *Citrus Sinensis* é determinada pela interação constante entre os elementos formadores do meio ambiente que produzem mudanças físicas e que são perceptíveis aos nossos sentidos. Além disso, são passíveis de análise bioquímica e, também, a sua qualidade está ligada às condições científicas ou técnicas adotadas na cultura desses citros.

Quando a incidência de luz varia, produz um ajustamento pelas plantas com alterações na sua morfologia e fisiologia para maximizar o ganho total de carbono na planta. Um dos efeitos da luz sobre elas é a produção de flores determinada pela condição de fotoperiodismo. Mas, as principais causas de redução da indução da floração são as baixas temperaturas e reduzida disponibilidade hídrica.

Devido à abscisão de frutos e folhas, a correlação entre o número de flores desenvolvidas e o número de frutos colhidos é muito baixa, principalmente, quando a abscisão de frutos se prolonga por muitas semanas.

Outras condições ambientais como doenças causadas por fungos como gomose, melanose, pinta preta e estrelinha também produzem diminuição de frutos. As doenças causadas por bactérias como cancro cítrico e amarelinho, além daquelas causadas por vírus e viroides como a leprose, atacam as laranjeiras e afetam negativamente a produção de frutos reduzindo sua quantidade.

A temperatura mais elevada encurta o período de floração-maturação, fazendo com que os frutos permaneçam pouco tempo na planta após estarem maduros. Quando ela é menos elevada, o que acontece na região sul do Brasil, os frutos permanecem mais tempo após estarem maduros.

A composição do solo de uma condição adequada a uma menos adequada, o manejo técnico da cultura, bem como a escolha criteriosa das mudas também são fatores que influenciam de forma direta na produção do fruto.

Devido a esses fatores discriminados, torna-se impossível prevermos quantos frutos um pomar ou uma plantação dará em determinada safra, tornando muito difícil efetuar uma previsão. Como consequência, pode-se afirmar que a quantidade de frutos de laranja *citrus*

*sinensis* produzidos em uma safra, é aleatória uma vez que ela muda, independente das interações ambientais de safra para safra.

Por outro lado, também é de natureza aleatória o período comercial do pé de laranja podendo ele se manter ativo durante todo o período ou ser erradicado por condições outras que não sejam comerciais.

Sendo o pomar um ativo imobilizado biológico, cada elemento seu também o é e, como consequência da formação do custo de produção, ele é depreciado, mas, seguindo a condição existencial de depreciação comercial e não depreciação como fim da vida útil.

Surge dessa maneira o problema: é possível determinar uma fórmula matemática que contenha uma componente de caráter aleatório que permita que se calcule o valor da depreciação dos pomares de laranjeiras da espécie *citrus sinensis*?

A hipótese é que uma função de distribuição de probabilidade é uma componente da formação do custo da depreciação dos pomares de laranjeiras da espécie *citrus sinensis* sendo o custo unitário a outra componente.

O objetivo geral é deduzir a fórmula da depreciação que permita, em qualquer período, calcular o valor da depreciação de um elemento do pomar. O objetivo específico é determinar a função densidade de probabilidade componente do valor da depreciação dos pomares de laranjeiras da espécie *citrus sinensis*.

## 2 Referencial teórico

O risco de perda de produtividade que induz ao aumento de custo de produção e redução do lucro, advém de várias condições patogênicas e ambientais que podem exigir a erradicação do pé de fruta para eliminar as condições causais e dar condições de sustentabilidade ao pomar.

A essência da administração do risco está em maximizar as áreas onde temos certo controle sobre o resultado, enquanto minimizamos as áreas onde não temos absolutamente nenhum controle sobre o resultado e onde o vínculo entre efeito e causa está oculto de nós. (BERNSTEIN, 1997, p. 197).

A *estrelinha* ou *queda de frutos jovens* é uma doença causada pelo fungo *Colletotrichum acutatum* que infecta os tecidos de flores e frutos jovens, provocando a queda prematura desses frutos.

Praticamente todas as variedades de laranja doce são afetadas pela doença, entretanto os maiores danos são verificados em variedades que apresentam vários surtos de floração como, por exemplo, os limões verdadeiros, as limas ácidas Taiti e Galego e a laranja Pera. Nestas variedades os restos de cultura da produção temporária contribuem para o aumento da quantidade do fungo que irá atacar a florada seguinte. Entre as variedades menos afetadas destacam-se as tangerinas, os tangores e a laranja Hamlim. (AZEVEDO, 2003)

O cancro cítrico é uma doença que ataca os citros e seus parentes sendo uma das mais importantes doenças dentre aquelas que ocorrem em plantas cultivadas.

Além disso, os governos federais, estaduais e municipais têm promovido ações conjuntas de defesa e inspeção vegetal com a finalidade de prevenir a entrada da doença e controlar a sua disseminação, pela interdição de propriedades com contaminação e eliminação de plantas doentes, inclusive com a implementação da

Campanha Nacional de Erradicação do Cancro Cítrico (CANECC). (AMARAL, 2003, p. 1).

A leprose dos citros causada pelo vírus *Citrus Leprosis Virus* (CiLV) é transmitido por ácaros do gênero *Brevipalpus* compromete diretamente a produção e a vida útil da planta.

Seus principais sintomas são manchas em frutos, folhas e ramos, provocando queda prematura, seca de ramos, e levando a planta ao definhamento. Além da ocorrência, em muitas regiões do Brasil, a doença tem sido observada causando sérios danos na Argentina, no Paraguai e no Panamá. (RODRIGUES et al., 2001, p. 413).

O manejo adequado da irrigação nos pomares de citros garante uma boa florada e consequentemente uma boa safra.

Nas zonas citrícolas tradicionais do Brasil, localizadas no centro-oeste do estado de São Paulo (Bebedouro, Matão, São José do Rio Preto, etc.), o que comanda a emissão floral é somente o déficit hídrico no solo, porque as temperaturas de inverno não são suficientemente baixas. Já na região sudeste do Estado de SP (Itapetininga, Pilar do Sul, São Miguel Arcanjo, etc.), tanto as baixas temperaturas de inverno e o déficit hídrico no solo, poderão comandar a emissão floral de acordo com as condições climáticas de cada ano agrícola. Assim, quem tenha comprado um equipamento de irrigação e comece a irrigar tão logo pare de chover, corre o risco de reduzir a produtividade de seus pomares, se o déficit hídrico não tiver sido suficiente para induzir a floração, principalmente na região centro-oeste de SP. Em suma, água fora de hora mais atrapalha do que ajuda o produtor a colher mais. (ALVES: MELO, 2016).

A clorose variegada dos citros (CVC), conhecida como amarelinho, é uma doença causada pela bactéria *Xylella fastidiosa*, que atinge todas as variedades de citros comerciais. Restrita ao xilema da planta, a bactéria provoca o entupimento dos vasos responsáveis por levar água e nutrientes da raiz para a copa da planta.

Os frutos são pequenos, com tendência a produzirem em cachos, aparentam deficiências de potássio, são endurecidos, chegando a causar danos às máquinas de moagem das fábricas de suco concentrado. Amarelecimento precoce e lesões de cor marrom-escuro (tipo queimadura) também podem ser detectados. Os sintomas nos frutos surgem após o aparecimento dos sintomas foliares e apenas nos ramos já afetados. Adicionalmente, o fruto ainda pequeno torna-se muito duro, amarelado, com a casca mais fina, facilitando a ocorrência de queimaduras de sol. Os frutos têm suas características físicas e químicas internas bastante afetadas. (FILHO et al., 2010, p. 1).

O huanglongbing (HLB), também chamado de greening, é a mais severa doença da citricultura em todo o mundo. Ela é transmitida pelo psílideo *Diaphorina citri* Kuwayama é causada pelas bactérias *Candidatus Liberibacter asiaticus* e *Candidatus Liberibacter americanus*. As medidas de controle são uso de mudas sadias, erradicação das plantas doentes e intenso controle químico do vetor.

Ela é a doença mais temida entre os produtores de laranja por não possuir qualquer tipo de cura ou tratamento, e se propagar com uma velocidade muito alta. A Greening foi detectada no Brasil a partir 2004, e desde então tem gerado grandes perdas para toda a cadeia citrícola brasileira. Para os produtores de laranja as perdas anuais são da ordem de 50 milhões de reais, entretanto o impacto para os produtores

de suco de laranja é ainda mais severo em função das perdas na exportação. (MILORI, 2012, p. 1).

Os sistemas de produção de frutas devem ter sustentabilidade agrícola, econômica, social, ambiental e empresarial. Os pomares comerciais como os de laranja são ativos biológicos e a perda da capacidade de produzir frutos não é um desgaste físico ou uma superação tecnológica, mas, uma série de fatores ambientais e genéticos cujo comportamento nem sempre é previsível devido a sua natureza aleatória.

Para a formação do pomar de laranjas vários itens devem ser observados para que as condições técnicas de plantio possam ser aplicadas sem prejuízo do meio ambiente e respeitando as particularidades de cada item.

Aquisição de terreno onde o solo deve preferencialmente ser os arenoargilosos, mas, dependendo do porta-enxerto pode ocorrer cultivo em solo muito arenoso ou argiloso, observando sempre a inclinação para evitar erosão.

O preparo do solo deve ser feito no sentido de aumentar a matéria orgânica melhorando suas propriedades físicas, biológicas e químicas, de preferência mantê-lo com alguma cobertura para evitar a movimentação dele evitando assim a compactação e mantendo sua estrutura. Com isso beneficia uma menor infiltração de água aumentando a disponibilidade para as árvores e uma menor perda de solo por erosão.

Quando comprados, os porta-enxertos devem ter sido cultivados em ambientes protegidos, que emitem certificados fitossanitário, com identificação do porta-enxerto, com raízes livres de doenças e pragas do solo, nematoides ou fungos.

O plantio deve ser feito em área com obediência rigorosa com a legislação ambiental que manda proteger as nascentes, a flora e a fauna. A preferência para o plantio é que esteja em período chuvoso, com temperatura amena.

A irrigação deve ser feita com água com a qualidade requerida, isto é: livre de resíduos contaminantes. Sendo de nascentes, córregos, rios, estes devem ter a mata ciliar de acordo com a legislação vigente.

A poda deve ser feita sob a orientação técnica e compatível com o objetivo dela que pode ser poda de formação, poda de limpeza e a poda de rejuvenescimento, cada uma a seu tempo.

Uma das funções do planejamento empresarial é obter um sistema de informação de custos de produção que permita acompanhar, passo a passo e ao longo do tempo, a formação de preços do produto, o qual será vendido ou utilizado em outro processo de produção da própria empresa.

No caso de ativos biológicos frutíferos ou florestais, esse sistema torna-se essencial, uma vez que a produção está subordinada a variáveis que o produtor rural não exerce nenhum controle como: temperatura atmosférica, nível de insolação, existência e velocidade de vento, disponibilidade de água pluviométrica, surgimento de pragas, entre outras variáveis ambientais.

O ato de erradicar um pé de laranja é um evento elementar ou simples e, de acordo com a Teoria Axiomática de Kolmogorov (GNEDENKO, 2008, p. 71) os três axiomas, que definem a probabilidade, são:

Axioma 1 (Não Negatividade): associado a cada evento  $A$  em um corpo de eventos  $F$ , está um número não negativo  $P(A)$ , chamado a sua probabilidade.

Axioma 2 (Normalização):  $P(U) = 1$ .

Axioma 3 (axioma da adição finita): se os eventos  $A_1, A_2, \dots, A_n$  são mutuamente exclusivos aos pares, então:

$$P(A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n).$$

A probabilidade de ocorrer uma erradicação da planta em um pomar com  $N$  pés de laranjas é igual para qualquer planta dele. Logo, a frequência de ocorrência do evento  $y_i$ , no processo  $y$ , erradicação de uma planta, é definida como o número de vezes  $N(y_i)$  que ocorre  $y_i$ .

$$\sum_{i=1}^m N(y_i) = N \quad (1)$$

A frequência relativa do evento  $y_i$  é definida como sendo a fração de eventos  $y_i$  em relação ao número total de eventos, isto é:

$$F(y_i) = \frac{N(y_i)}{N} \quad (2)$$

Essa equação define a probabilidade, que é um número de 0 a 1 pois,  $0 \leq N(y_i) \leq N$ .

Se o processo de erradicação de planta ocorrer de forma indefinidamente ao longo do tempo, isto é: ( $N \rightarrow \infty$ ), a fração (2) vai se tornando um número bem mais definido representando assim a probabilidade de ocorrência do evento  $y_i$ . Dessa forma é definida por

$$P(y_i) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N(y_i)}{N} \quad (3)$$

A frequência relativa é sempre uma aproximação para a probabilidade de ocorrência do evento. Esta aproximação é tanto melhor quanto maior o número  $N$  de repetições do processo (VUOLO, 1996, p. 3).

Considerando as condições ambientais como temperatura, nível de insolação, vento, regime pluviométrico e as condições agressivas de enfermidades provenientes de diversas causas que prejudicam as plantas e seus frutos além das causas genéticas por ocasião da formação das mudas, logicamente ocorre a necessidade de erradicação do pé de laranja de forma esporádica, quer seja em talhões ou no pomar inteiro, por necessidade de manter os demais pés de fruta em condições normais de desenvolvimento.

A mensuração dessas erradicações proporciona um conhecimento que permite o monitoramento de todo o pomar e viabiliza as ações normais de gestão do desenvolvimento do pomar. Em uma abordagem estatística, esta mensuração é denominada *frequência relativa*.

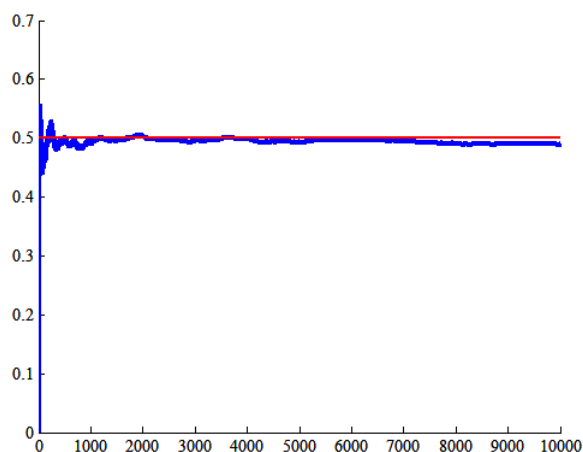
Seja “ $\varepsilon$ ” o experimento “*plantar x pés de laranja*”. Seja “ $A$ ” um evento “*erradicar um pé de laranja*”. Considerando “ $n$ ” repetições independentes de “ $\varepsilon$ ”, isto é: plantando “ $n$ ” pés de laranja. Considerando “ $n_A$ ” o número de vezes em que o evento  $A$  ocorra nas  $n$  repetições,

façamos:  $f_A = \frac{n_A}{n}$ , que é a frequência relativa.



Essa mensuração é empírica, mas, para efeito de planejamento, pode ser simulada para se obter uma generalização. Como exemplo podemos perceber uma regularidade estatística, em torno de 0.5, através da *reprodutibilidade* proveniente da simulação de 10000 lançamentos de uma moeda equilibrada, gerando uma propriedade de *estabilidade da frequência* relativa, conforme figura 1.

Figura 1 – Lançamento de moeda 10000 vezes



Fonte: construção do autor.

Como se pode observar na figura 1 a probabilidade não converge para o valor 0.5, mas tende a estabilizar à medida que o número de lançamentos aumenta.

A essência desta propriedade, estabilização da frequência relativa, é que, se um experimento for executado um grande número de vezes, a frequência relativa da ocorrência de algum evento *A* tenderá a variar cada vez menos à medida que o número de repetições for aumentado. (MEYER, 1983, p.17).

A frequência relativa  $f_A$  apresenta as seguintes propriedades:

1.  $0 \leq f_A \leq 1$ .
2.  $f_A = 1$  se, e somente se, *A* ocorrer em todas as *n* repetições.
3.  $f_A = 0$  se, e somente se, *A* nunca ocorrer nas *n* repetições.
4.  $f_A$ , com base em *n* repetições do experimento e considerada como uma função de *n*, uma vez que é uma *variável aleatória*, converge para  $P(A)$  quando  $n \rightarrow \infty$ .

Como condição direta das equações (2) e (3) obtém-se uma condição de normalização que é a soma das probabilidades para todos os eventos possíveis representada pela igualdade

$$\sum_{i=1}^m F(y_i) = \sum_{i=1}^m P(y_i) = 1 \quad (4)$$

Isto é, a soma das probabilidades para todos os eventos possíveis é 1.

O evento “erradicar um pé de laranja” ocorre quando o pé de laranja está acometido de doença que leva ou pode leva-lo à morte. Também ocorre quando as condições ambientais produzem ou produzirão a sua morte. No entanto, sob condições de tratos culturais esse evento pode ocorrer ou não diante desse conjunto de condições, aqui representado pela letra  $\mathcal{O}$  (shima). Devido a isso esse evento leva o nome de *evento aleatório*.

A ideia, que agora nos parece perfeitamente natural, de que a probabilidade de que um evento aleatório  $A$  sob certas condições possa ser estimada quantitativamente por meio de um certo número  $p = P(A)$  foi pela primeira vez desenvolvida sistematicamente no século XVII nos trabalhos de Fermat (1601 – 65), Pascal (11623 – 62), Huyghens (1629 – 95) e especialmente J. Bernoulli (1654 – 1705). (GNEDENCO, 2008, p. 21)

O número de erradicações de pés de laranja por ano, em um pomar de laranjas para comercialização, devido a um ou mais fatores aleatórios como condições adversas do meio ambiente ou ataque de vírus ou fungos ou por fatores genéticos é imprevisível, uma vez que ele muda de forma aleatória de talhão para talhão e de ano para ano. Isso caracteriza a erradicação *de pés de laranja* como uma variável aleatória.

Dada a função  $f$  definida por  $f(x) = t_i x^{-n}$  tal que  $f : [x_1, x_2] \rightarrow \mathfrak{R}$  uma função limitada, isto é: a todo elemento do conjunto das abscissas dos pontos do gráfico de  $f$ , denominado Domínio da função  $f$ , está associado a todo elemento do conjunto das ordenadas dos pontos do gráfico de  $f$ , denominado Imagem da função  $f$ .

A sua composição para efeito do cálculo da função densidade de probabilidade, componente do valor da depreciação da laranjeira *citrus sinensis*, é: a) o coeficiente  $t_i$  representa o tempo inicial da frutificação do pé de laranja; b)  $x$  é a variável contínua medida em unidade de tempo (mês, bimestre, ... ano) no intervalo  $x \in [x_1, x_2]$  onde  $x_1$  é o início da frutificação e  $x_2$  é o momento da erradicação do pé por cessação da produção comercial, combate de doenças ou por outro motivo; c) o expoente  $n$ , índice de risco, mensura a razão de:

$$n = \frac{\text{Previsão de mortandade (\%)}}{100\%} \quad (5)$$

A função  $f(x) = t_i x^{-n}$  é decrescente no intervalo  $[x_1, x_2]$  uma vez que a sua derivada

$\frac{d}{dx}(t_i x^{-n}) = -t_i \left( \frac{x^{-n} n}{x} \right)$  é negativa para todo  $x$  em  $(x_1, x_2)$ , contínua em todo intervalo uma vez

que se  $x = a$ , são satisfeitas as seguintes condições:

- Existe  $f(a)$ ;
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  existe;
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$  .

“Se fazemos  $x = x + h$ , podemos ainda exprimir a continuidade em forma equivalente:

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = f(x_0)$$



o que, de resto, equivale a dizer que a diferença  $k = f(x_0 + h) - f(x_0)$  é um infinitésimo com  $h$ ” (MAURER, 1967, p. 36).

No entanto essa função não atende os pré-requisitos de uma função densidade de probabilidade (fdp) que são:

a)  $f(x) \geq 0$  para todo  $x$ ;

b)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

c) para qualquer  $a, b$ , com  $-\infty < a < b < +\infty$ , teremos  $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$ .

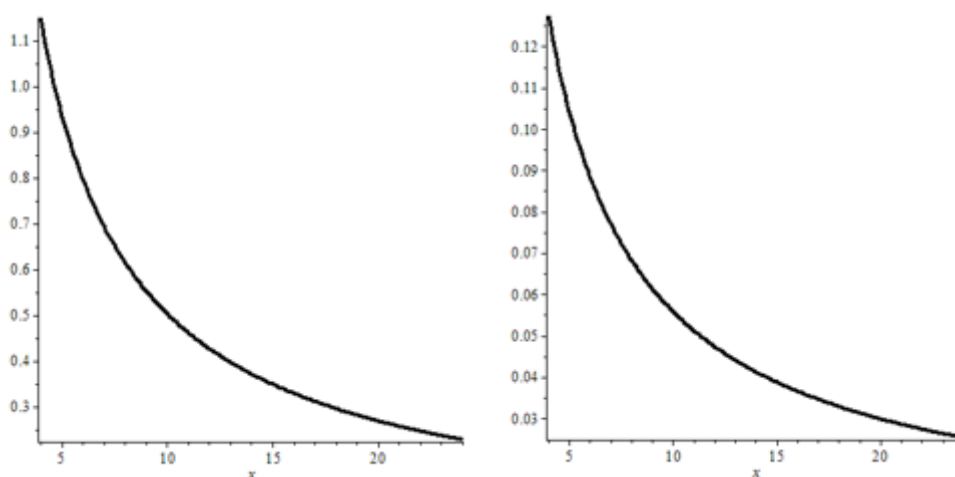
Se uma função  $\bar{f}$  satisfizer às condições  $\bar{f}(x) \geq 0$  para todo  $x$ , e  $\int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(x) dx = K$

, onde  $K$  é um número real positivo (não necessariamente igual a 1), então  $\bar{f}$  não satisfaz a todas as condições para ser uma função densidade de probabilidade (fdp). No entanto, poderemos facilmente definir uma nova função, digamos  $f$ , em termos

de  $\bar{f}$ , assim:  $f(x) = \frac{\bar{f}(x)}{K}$  para todo  $x$ . (MEYER, 1983, p. 82).

O efeito da divisão por  $k > 0$  da função  $f(x) = t_i \cdot x^{-n}$  é a redução da escala da imagem da função com consequência na redução da área sob a curva, conforme mostrada na figura 2, mantidas as demais propriedades da curva. Dessa forma é obtida a função densidade de probabilidade.

Figura 2 – Redução da área sob a curva  $f = t_i \cdot x^{-n}$  após divisão por  $k > 0$ .



Fonte: construção do autor.

Dessa forma a função densidade de probabilidade torna-se:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{t \cdot x^{-n}}{k} & \text{para } x \in [x_1, x_2] > 0 \\ 0 & \text{para todos os outros} \end{cases} \quad (6)$$

Como se pode observar  $f(x)$  é contínua, monótona, decrescente no intervalo  $[x_1, x_2]$  pois  $f(x_1) > f(x_2)$  sempre que  $x_1 < x_2$ , sua derivada primeira é negativa no intervalo aberto  $(x_1, x_2)$  isto é:  $\frac{d}{dx} \left( \frac{t \cdot x^{-n}}{k} \right) = -\frac{t \cdot x^{-n} \cdot n}{xk}$ .

Se fizermos uma partição no intervalo  $[x_1, x_2]$  de comprimento  $\Delta x_i$ , não necessariamente iguais, e em cada um dos intervalos  $[x_{i-1}, x_i]$  escolhermos um ponto  $c_i$ , obtemos um retângulo de base  $\Delta x_i$  e altura  $f(c_i)$  para cada  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

A soma das áreas do  $n$  retângulos sob a curva  $f(x)$  é denominada *Soma de Riemann* e é dada por  $\Delta x_1 f(c_1) + \Delta x_2 f(c_2) + \Delta x_3 f(c_3) + \dots + \Delta x_n f(c_n) = \sum_{i=1}^n \Delta x_i f(c_i)$ . À medida que  $n$  cresce muito, cada  $\Delta x_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , torna-se muito pequeno e o  $\lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \Delta x_i f(c_i)$  mensura a área sob a curva  $f(x)$ .

A *soma de Riemann*, quando existe o limite  $\lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \Delta x_i f(c_i)$  torna-se  $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = 1$ .

A formação do custo de *cultura em formação*, período em que o pomar ainda não frutifica, segue as etapas do sistema de produção frutícola com base em (AZEVEDO, 2003):

- Custo de oportunidade do terreno de exploração  
Remunera o capital próprio, de forma proporcional, aplicado no ativo imobilizado *Terrenos de exploração* a uma taxa de juros  $i$  convenientemente calculada levando-se em conta o valor proporcional do terreno.
- Preparo do solo  
Após análise do solo, faz-se necessário a aplicação de um manejo sustentável dele incluindo mecanização, correção de acidez e adubação.
- Plantio de mudas  
Após a aquisição ou formação de mudas, seu plantio deve obedecer às condições ideais recomendadas para a região.
- Tratos culturais  
Todos os procedimentos para que a planta atinja a condição de frutificação são realizados no decorrer do tempo.
- Determinação do custo unitário  
O custo acumulado até o período antecedente à floração dividido pelo número de árvores do pomar, fornece o valor do custo unitário de cada árvore.

$$C_u = \frac{\sum_{i=0}^n C_f}{n^{\circ} \text{ de árvores}} = \frac{R\$}{\text{unid.}} \quad (7)$$

Onde  $C_u$  é o custo unitário,  $n$  é o período de tempo antes da frutificação,  $C_f$  é o custo de formação do pomar.

No momento em que o pomar frutifica, cessa a condição de *cultura em formação* e passa à condição de *cultura permanente*. Nesse instante cessam os custos de formação do pomar e inicia-se, para efeito de gastos com o pomar, a condição de *manutenção do pomar* no sentido de dar-lhe *sustentabilidade* até o término da sua vida comercial, fazendo com que haja a mínima perda possível de frutos e fruteira.

Essa condição é atendida pelo aumento do *aprendizado* do produtor à medida que vai conhecendo mais as patologias do pomar, as condições mais adequadas de irrigação, fertilização, a produtividade média do pomar entre outros conhecimentos inerentes à gestão da produção. Nesse momento o pomar torna-se um Ativo Imobilizado na concepção da Ciência Contábil e como tal, deve ser depreciado.

### 3 Materiais e métodos

A fórmula matemática representativa da função densidade de probabilidade componente do valor para calcular a depreciação da laranjeira *citrus sinensis* é:

$$f(x) = \frac{t_i x^{-n}}{K} \quad (8)$$

Onde  $t_i$  é o período em que a fruteira começa a frutificar,  $x$  é a variável medida na unidade de tempo,  $n$  é o índice de risco do pomar,  $K$  é a integral  $\int_t^f t x^{-n} dx$  sendo  $f$  o tempo máximo previsto para a erradicação da fruteira.

O custo unitário é o determinado na fórmula (7), isto é:

$$C_u = \frac{\sum_{i=0}^n C_f}{n^{\circ} \text{ de árvores}} = \frac{R\$}{\text{unid.}}$$

### 4 Resultado

A fórmula da depreciação de árvores frutíferas dos pomares de laranjeiras da espécie *citrus sinensis*, de acordo com a equação econômica *valor = custo unitário x quantidade* é representada assim:

$$D = C_u \cdot \int_{t_i}^f \frac{t_i x^{-n}}{K} dx \quad (9)$$

## 5 Discussão

O conceito econômico de valor = preço unitário x quantidade, aqui a *quantidade* representa a probabilidade de erradicação de uma ou mais fruteiras de um pomar comercial através do cálculo de área devido à natureza aleatória da erradicação.

Sendo a probabilidade uma medida, logo, um *descriptor* como uma grandeza matemática e suas leis de comportamento dadas pelos axiomas da Teoria Axiomática de Kolmogorov e o custo unitário de formação do pomar antes da frutificação, não deixam qualquer dúvida da aplicabilidade da depreciação dos pomares de laranjeiras da espécie *citrus sinensis* na formação do custo de produção.

## 6 Considerações finais

O objetivo geral foi atingido uma vez que a fórmula da depreciação dos pomares de laranjeiras da espécie *citrus sinensis* foi deduzida conforme equação (9). O objetivo específico também foi atingido uma vez que a função densidade de probabilidade foi determinada conforme equação (8).

O custo unitário de formação das fruteiras do pomar está de acordo com o conceito contábil de *pomar em formação* (Imobilizado em formação) e *pomar formado* (Imobilizado biológico).

Essa fórmula de depreciação de árvores frutíferas dos pomares de laranjeiras da espécie *citrus sinensis* atende os princípios de aleatoriedade que regem essa espécie de ativo biológico, uma vez que o controle do risco de erradicação é muito difícil de ser exercido em todas as suas manifestações devido ter em sua formulação o elemento componente característico de probabilidade.

Com esse acréscimo de método científico, a formação do custo de produção de frutas da espécie *citrus sinensis* fica mais exato e o produtor pode tomar decisões mais acertadas na gestão de custos.

Considerando que as fórmulas de depreciação utilizadas atualmente na produção de frutas não contem o fator aleatoriedade, essa teoria é um avanço científico muito expressivo na determinação do custo de produção das laranjeiras da espécie *citrus sinensis*.

A partir dessa teoria pode-se evoluir na determinação de fórmulas matemáticas de depreciação de outras espécies de frutas contribuindo para uma gestão de custos de produção eficiente.

## Referências

ALVES, P. R. B. et al. **Cultura dos Citros**. Disponível em <<http://www.fruticultura.iciag.ufu.br/citros2.htm>>. Acesso em 24 nov. 2015.

AMARAL, A. M. **Cancro cítrico: permanente preocupação da citricultura no Brasil e no mundo**. Comunicado Técnico, 86. Disponível em <



**54º CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA,  
ADMINISTRAÇÃO E SOCIOLOGIA RURAL**

Centro Cultural e de Exposições Ruth Cardoso – Maceió/AL

14 a 17 de agosto de 2016

<http://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/CENARGEN/24074/1/cot086.pdf> >. Acesso em 24 nov. 2015.

AZEVÊDO, C. L. L. **Sistema de Produção de Citros para o Nordeste**. Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2003. Sistema de Produção 16. Dezembro, 2003.

BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos Deuses: a fascinante história do Risco**. Tradução Ivo Korylowski. Rio de Janeiro: Elsevier, 1997.

FILHO, H. P. S. et al. **Clorose Variegada dos Citros Ameça a Citricultura do Recôncavo Sul**. Cruz das Almas: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2010. p. 1 (Embrapa Mandioca e Fruticultura. Citros em Foco, 34).

GNEDENKO, B. V. **A Teoria da Probabilidade**. Tradução Roberto Malheiros Moreira. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2008.

MAURER, W. E. **Curso de Cálculo Diferencial e Integral: fundamentos geométricos e físicos**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda. / Editora da Universidade de São Paulo, 1967.

MEYER, P. L. **Probabilidade Aplicações à Estatística**. Tradução Ruy de C. B. Lourenço Filho. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1983.

MILORI, D. M. B. P. Controle da Citrus Greening (HLB): ferramentas de diagnóstico para construção de mapas de infestação. Embrapa Instrumentação, 2012.

RODRIGUES, J. C. V. et al. Uma estratégia para o controle da leprose dos citros. Cordeirópolis: **Laranja**, v. 22, n. 2, p. 411-423, 2001.

VUOLO, J. H. **Fundamentos da teoria de erros**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 1996.

## Resumo

Propõe-se apresentar uma fórmula matemática da depreciação de árvores frutíferas dos pomares de laranjeiras da espécie *citrus sinensis*, que apresenta em sua composição uma parte monetária proveniente dos registros contábeis da empresa e uma parte derivada de uma função densidade de probabilidade (*fdp*). Esta, por sua vez, possibilita calcular a depreciação, entendida aqui, como o término da vida útil comercial dessas frutíferas arbóreas. A função matemática utilizada na dedução da *fdp* é uma função algébrica da forma  $f(x) = t_i x^n$ , onde  $t_i$  representa o tempo inicial da frutificação da espécie considerada,  $x$  é a variável tempo em anos de vida útil comercial;  $n$  é o expoente da função que representa o índice de risco de erradicação de fruteiras observado em pomares de uma mesma região geográfica. A fórmula

matemática obtida é  $D = C_u \cdot \int_{t_i}^f \frac{t_i x^{-n}}{K} dx$  que possibilita o cálculo da depreciação em qualquer

tempo e para qualquer fruteira da espécie *citrus sinensis*. O limite de integração superior  $f$  representa o tempo final da vida útil comercial da fruteira. Com isso, a formação do custo de produção torna-se muito mais exato.

**Palavras-chave:** Função densidade de probabilidade. Depreciação de árvores frutíferas. Vida útil comercial.

## Abstract

It is proposed to present a mathematical formula of fruitful trees' depreciation from orange trees orchards, from *citrus sinensis* species, which presents in its composition a monetary part originating from the company's accountant records and a part derivated from a probability density function (*fdp* in Portuguese). That, by its turn, allows to calculate the depreciation, understood here as the finish of service life of these fruitful trees. The mathematical function used on *fdp* deduction is an algebraic function of the formula  $f(x) = t_i x^n$ , where  $t_i$  represents the initial time of the fruitful species considered,  $x$  is the time variable in years of commercial service life,  $n$  is exponent of the function that represents the risk index of fruit trees' eradication observed in orchards from a same geographic region. The mathematical

$D = C_u \cdot \int_{t_i}^f \frac{t_i x^{-n}}{K} dx$  formula obtained is which allows the calculation of depreciation of citrus

*sinensis*' fruit tree at any time and for any *citrus sinensis*' species. The upper integration limit  $f$  represents the final time of commercial service life of the fruit tree. The upper integration limit  $f$  represents the final time of commercial service life of the fruit tree. Thus, the production cost formation becomes much more precise.

**Keywords:** Probability density function; Fruitful trees' depreciation; Commercial service life.